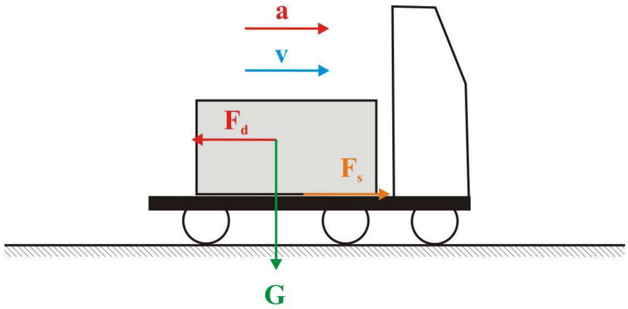
# GMA 7. számítási gyakorlat – 2016/2017

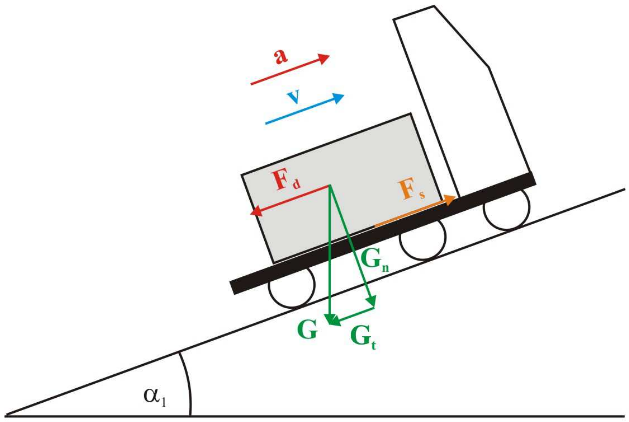
**<u>1. Példa:</u> Emelkedőn gyorsulás – lejtőn lassulás** **(Ált. Géptan példatár 86)**

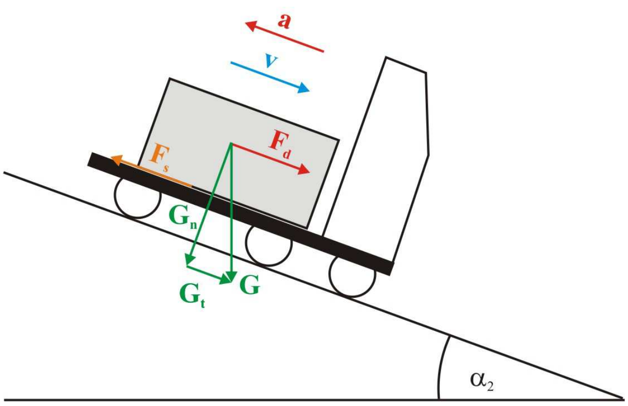
***Egy tehergépkocsi rakfelületén kőtömböt szállít. A kőtömb és a rakfelület közt a súrlódási tényező 0,6.***

*a.* ***Mekkora gyorsulással indulhat a gépkocsi vízszintes pályán, hogy a kőtömb a rakfelületen ne csússzon meg?***
*b.* ***Mekkora lehet a gyorsulás, ha a gépkocsi 14%-os lejtőn indul felfelé?***
*c.* ***Milyen meredek lehet az a lejtő, amelyen a gépkocsi lefelé haladtában 3m/s² lassulással meg tud állni anélkül, hogy a kőtömb megcsúszna?***

Megoldás:



a)

$a_{kő} = a_{kocsi}$

$F_{dkő} = ma = F_s = \mu mg$

$a = \mu g = 0{,}6 \cdot 9{,}81 m/s^2 = 5{,}89\ \mathrm{m/s^2}$

b)

$\alpha_1 = arctg\, 0{,}14 = 7{,}97^o$

$F_d = ma = F_s - G_t = \mu mg \cos\alpha_1 - mg\sin\alpha_1$

$a = g(\mu\cos\alpha_1 - \sin\alpha_1) = 9{,}81 m/s^2 \cdot (0{,}6 \cdot \cos 7{,}97^o - \sin 7{,}97^o) = 4{,}47\ \mathrm{m/s^2}$

c)

$F_d = ma = F_s - G_t = \mu mg \cos\alpha_2 - mg\sin\alpha_2$

$a = \mu g\cos\alpha_2 - g\sin\alpha_2$

$$\frac{a}{g} + \sin\alpha_2 = \mu\cos\alpha_2 = \mu\sqrt{1-\sin^2\alpha_2}$$

$$\left(\frac{a}{g} + \sin\alpha_2\right)^2 = \mu^2(1-\sin^2\alpha_2)$$

$\sin^2\alpha_2 + B\sin\alpha_2 + C = 0$ ahol $B = \dfrac{2a}{(1+\mu^2)g}$

$$C = \frac{\frac{a^2}{g^2} - \mu^2}{1+\mu^2}$$

innen $\sin\alpha_2 = 0{,}2716$, $\alpha_2 = 15{,}76^o$.

**<u>2. Példa:</u> Menetábra légellenállással** **(Ált. Géptan példatár 87)**

***Egy 700kg tömegű gépkocsi vízszintes pályán egyenletesen gyorsulva 230m út befutása után éri el a 100km/h sebességet, majd állandó sebességgel halad. A gördülési ellenállás tényezője 0,05, a légellenállás a sebesség négyzetével változik:*** $F_l = kv^2$***, ahol*** $k = 1kg/m$***.***

- ***a. Ábrázolja a sebesség és a mozgató erő változását az idő függvényében!***
- ***b. Mennyi az indításkor szükséges legnagyobb vontatási teljesítmény? Ábrázolja a teljesítmény változását is az idő függvényében!***
- ***c. Mekkora az egyenletesen haladó kocsi mozgási energiája? Jelölje a teljesítmény ábrában a mozgási energiának megfelelő területet!***

Megoldás:

$$t_i = \frac{s_i}{\frac{v}{2}} = \frac{2 \cdot 230m}{(100/3{,}6)m/s} = 16{,}56s$$

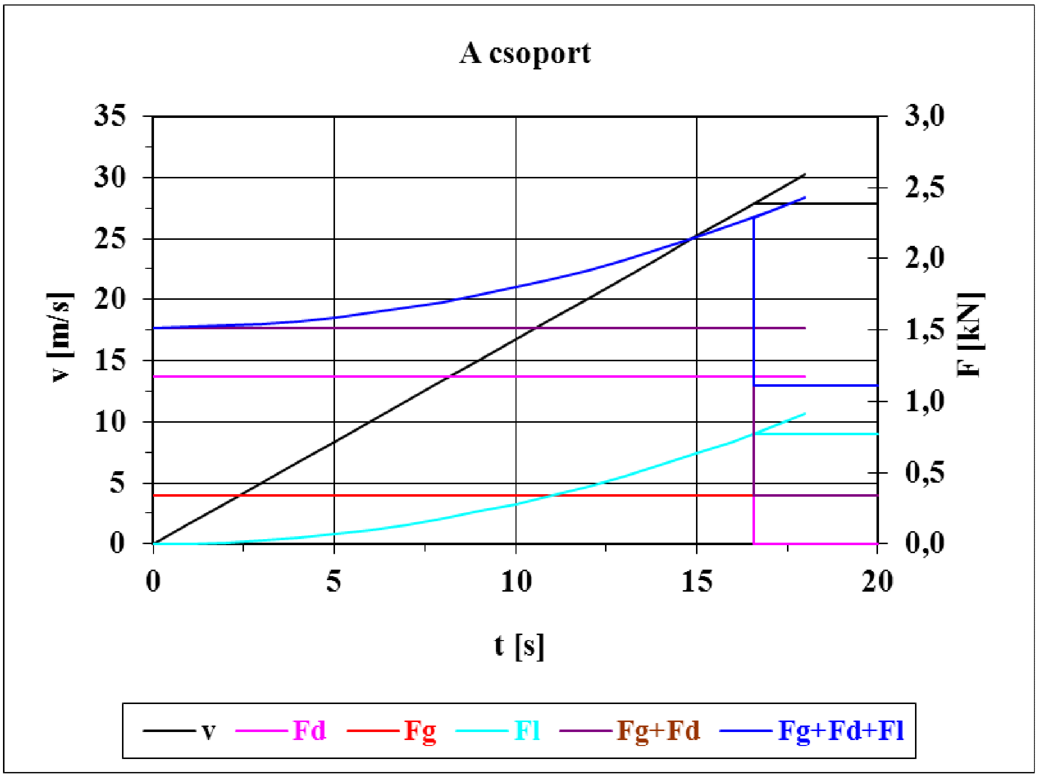
$$a = \frac{v}{t_i} = \frac{(100/3{,}6)m/s}{16{,}56s} = 1{,}677m/s^2$$

$$F_g = \mu_g mg = 0{,}05 \cdot 700kg \cdot 9{,}81m/s^2 = 343N$$

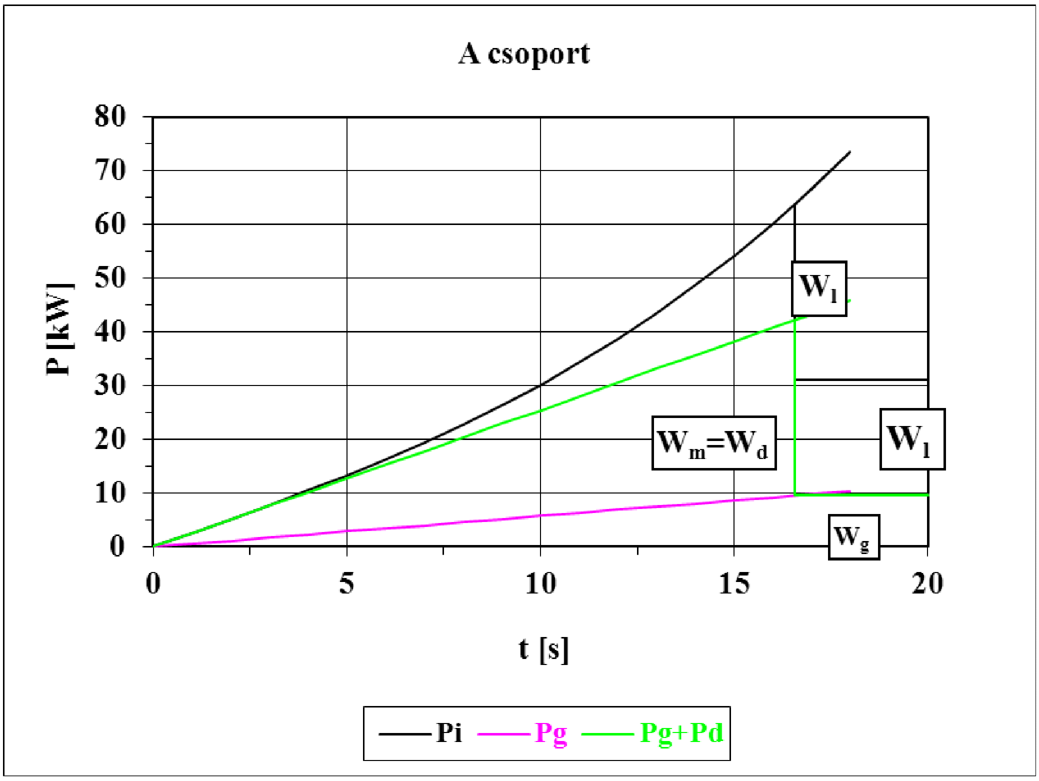
$$F_d = ma = 700kg \cdot 1{,}677m/s^2 = 1174N$$

$$F_l = kv^2 = 1 \cdot v^2 \qquad F_{l\max} = 772N$$

$$F_{i\max} = F_g + F_d + F_{l\max} = 343N + 1174N + 772N = 2289N$$




$$P_{i\max} = F_{i\max} v = 2289N \cdot (100/3{,}6)m/s = 63{,}58kW$$




c)

$$E_m = \frac{mv^2}{2} = \frac{700kg \cdot (100/3{,}6m/s)^2}{2} = 270kJ = \frac{P_{d\,\max} \cdot t_i}{2}$$

$$W_g = \frac{P_{g\,\max} \cdot t_i}{2} = \frac{9{,}538kW \cdot 16{,}56s}{2} = 78{,}91kJ$$

**<u>3. Példa:</u> Terhelésingadozás indításkor** **(Ált. Géptan példatár 114)**

***Munkagépet 2000Nm állandó nyomatékkal indítunk. A terhelőnyomaték 1s-on át 1750Nm, 2s-on át 200Nm, ütemesen változik. A 82,2/min közepes fordulatszámmal forgó részek 1,8m átmérőre redukált tömege 2500kg.***

*a.* ***Rajzolja meg az indítás idejére a szögsebesség változását az idő függvényében!***
*b.* ***Mennyi idő kell az üzemi fordulatszám eléréséhez?***
*c.* ***(Mekkora állandó hajtónyomaték kell a közepes fordulatszám tartásához és milyen egyenlőtlenségi fokot biztosít ekkor a lendkerék?)***

Megoldás:

$$\Theta = m_{red} R^2 = 2500kg \cdot (0{,}9m)^2 = 2025kgm^2$$

$$\varepsilon_1 = \frac{M_i - M_1}{\Theta} = \frac{2000Nm - 1750Nm}{2025kgm^2} = 0{,}1235 rad/s^2$$

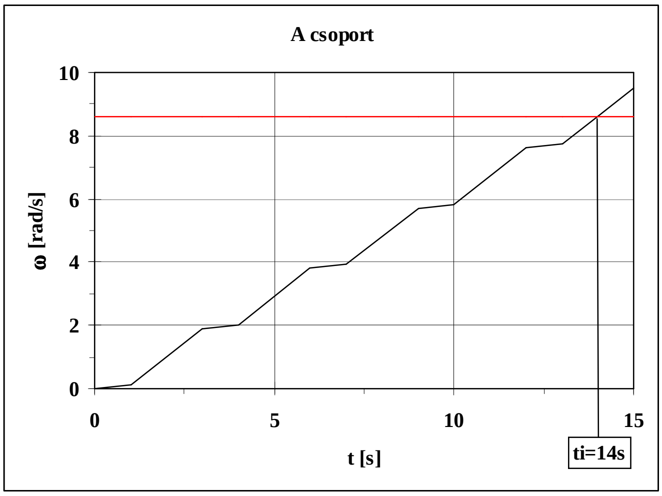
$$\varepsilon_2 = \frac{M_i - M_2}{\Theta} = \frac{2000Nm - 200Nm}{2025kgm^2} = 0{,}8889 rad/s^2$$

$\omega = \omega_0 + \varepsilon_1 t_1$ érvényes a 0 - $t_1$ időintervallumban

$\omega = \omega' + \varepsilon_2 t_2$ érvényes a $t_1$ - $(t_1 + t_2)$ időintervallumban

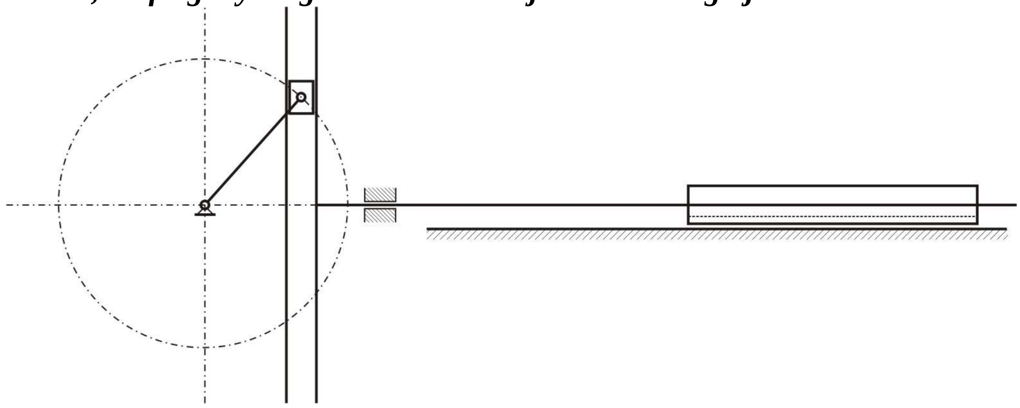
$$t_i = 13 + \frac{8{,}608 - 7{,}7284}{0{,}8889} = 14s$$

| t [s] | ε [rad/s²] | ω [rad/s] | $\omega_ü$ [rad/s] |
|---|---|---|---|
| *0* | | *0* | *8,61* |
| *1* | *0,1235* | *0,1235* | *8,61* |
| *3* | *0,8889* | *1,9012* | *8,61* |
| *4* | *0,1235* | *2,0247* | *8,61* |
| *6* | *0,8889* | *3,8025* | *8,61* |
| *7* | *0,1235* | *3,9259* | *8,61* |
| *9* | *0,8889* | *5,7037* | *8,61* |
| *10* | *0,1235* | *5,8272* | *8,61* |
| *12* | *0,8889* | *7,6049* | *8,61* |
| *13* | *0,1235* | *7,7284* | *8,61* |
| *14* | | *8,6080* | *8,61* |
| *15* | *0,8889* | *9,5062* | *8,61* |



**<u>4. Példa:</u> Rázószita** **(Ált. Géptan példatár 119)**

***45kg tömegű rázószita megkívánt legnagyobb gyorsulása 5m/s². A vízszintes vezetékben mozgó szitát 0,1m forgattyúsugarú kulisszás hajtóművel mozgatjuk.***



*a.* ***Milyen frekvenciával lengjen a szita, hogy a kívánt gyorsulást elérjük?***
*b.* ***Számítsa ki a szitát és a kulisszavezetéket összekötő rudazatot terhelő legnagyobb húzóerőt!***
*c.* ***Mekkora lenne a szükséges fordulatszám, ha a feladatot kulisszás hajtómű helyett $\lambda$=r/l=1/5 hajtórúdviszonyú forgattyús hajtóművel oldanánk meg?***

Megoldás:

a)

$$a_{max} = r\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{a_{max}}{r}} = \sqrt{\frac{5m/s^2}{0{,}1m}} = 7{,}07 rad/s$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{7.07 rad/s}{2\pi} = 1{,}125 Hz$$

b)

$$F_{max} = ma_{max} = 45kg * 5m/s^2 = 225N$$

c)

$$a'_{max} = r\omega^2(1+\lambda) = a_{max}(1+\lambda) = 5m/s^2 * (1+0{,}2) = 6m/s^2$$

$$n' = \frac{\omega'}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{a_{max}}{r(1+\lambda)}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{5m/s^2}{0{,}1m \cdot (1+0{,}2)}} = 1{,}027/s$$

**<u>5. Példa:</u> Sajtgurítás** **(külön feladat)**

***Egy angliai sajtgurító versenyen az 30 m magas domb tetejéről 2 m/s kezdősebességgel indítják el az élére állított, szabályos henger alakú, 80 cm átmérőjű és 20 cm széles sajtot. A domboldal hossza 200 m, a gördülő ellenállás 0,1. Mekkora sebességgel érkezik meg a sajt a lejtő aljába?***

Megoldás:

$h = 30m$

$v_1 = 2m/s$

$d = 0{,}8m \qquad r = 0{,}4m$

$b = 0{,}2m$

$s = 200m$

$\mu = 0{,}1$

$$\sin\alpha = \frac{h}{s} = \frac{30m}{200m} \qquad \alpha = \arcsin\frac{3}{20} = 8{,}6269^o$$

$$F_s = \mu mg\cos\alpha$$

$$\Theta = \frac{1}{2}mr^2 \qquad \omega_2 = \frac{v_2}{r} \qquad E_{f2} = \frac{\Theta\omega_2^2}{2} = \frac{1}{2}mr^2\cdot\frac{v_2^2}{r^2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{mv_2^2}{4}$$

hasonlóan $E_{f1} = \dfrac{mv_1^2}{4}$

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh + \frac{\Theta\omega_1^2}{2} = \mu mg\cos\alpha\cdot s + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{\Theta\omega_2^2}{2}$$

$$\frac{3v_1^2}{4} + gh = \mu g\cos\alpha\cdot s + \frac{3v_2^2}{4}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{4}{3}\left(\frac{3v_1^2}{4} + gh - \mu g\cos\alpha\cdot s\right)} = 11{,}73m/s$$